

ESTUDIO DE LA PROPAGACIÓN UNIDIMENSIONAL DE ONDAS EN PILOTES USANDO LA METODOLOGÍA DE ANÁLISIS ESPECTRAL Y SU ADAPTACIÓN PARA LA INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS DE LA PRUEBA DE INTEGRIDAD DE PILOTES (PIT)

JORGE ALBERTO RODRÍGUEZ, IC, MSCE, Ph.D
VÍCTOR HUGO RESTREPO BOTERO, IC

INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

Durante la construcción de cimentaciones profundas se presentan diferentes circunstancias que pueden llegar a afectar la forma final de los pilotes bajo el suelo, haciendo que no se alcance la profundidad, secciones transversales y calidad del material previsto en el diseño (Figura 1).

Figura 1 Pilote defectuoso fundido in-situ



Fuente: <http://www.fernandeztadeo.com/foto2.htm>

Para realizar el control de calidad de dichos elementos, existe en el mercado el equipo PIT (Pile Integrity Tester) compuesto por un martillo de mano, un acelerómetro y un computador que lleva cabo la prueba de integridad de pilotes (Figura 2).

Los golpes dados por el martillo generan una onda de tensión que recorre el pilote y sufre reflexiones al encontrar variaciones de las características del material en cuanto a sección transversal y/o densidad. Dichas reflexiones son percibidas por el acelerómetro y procesadas por el computador del equipo para ser convertidas en una señal de fácil interpretación.

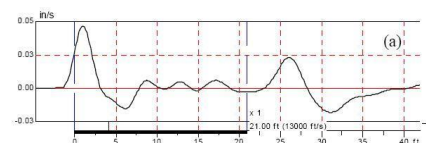


Figura 2 Prueba de Integridad del Pilote (PIT)



Fuente: [4] LIKINS. G. 2000

Aún cuando el método es el más usado por ingenieros geotecnistas para determinar la forma final del pilote bajo el suelo, presenta algunas limitaciones en la interpretación de la señal asociadas a la interacción suelo-pilote, variación de densidad del material y grandes cambios de sección cerca de la cabeza del pilote.

Debido a que existen algunas limitaciones en la interpretación de resultados y entendiendo que la teoría que enmarca el fenómeno que ocurre al interior del pilote es la teoría de propagación unidimensional de ondas en barras, en el presente artículo se revisa la teoría físico-matemática respectiva para utilizar una solución analítica del problema, incorporando los efectos de las fuerzas retardantes y lograr la simulación de la prueba PIT mediante un programa aplicativo.

Con el programa desarrollado, se logra representar gráficamente la propagación de ondas en pilotes considerando diferentes geometrías, pulsos y tipos de suelo de tal manera que puede ser usado como herramienta de interpretación de resultados para la prueba de integridad de pilotes (PIT).

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Por la naturaleza del golpe y del medio en que viaja la onda de esfuerzo, se considera que el fenómeno de propagación se hace en una dimensión y por tanto se rige por la siguiente ecuación diferencial parcial:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

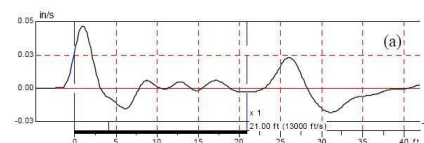
Donde,

u : Desplazamiento

t : Tiempo

c : Velocidad de propagación de onda

x : Posición

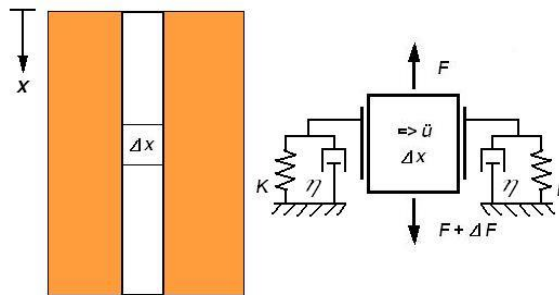


La velocidad de propagación de onda para barras delgadas (c) se puede obtener conociendo el módulo de elasticidad (E) y la densidad del material (ρ) mediante la expresión:

$$c_p = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2)$$

La expresión (1) representa la propagación de ondas en una dimensión en su caso más sencillo, sin considerar los efectos de fuerzas retardantes. Para poder ajustar mejor la ecuación (1) a las condiciones reales del pilote, se incorporan expresiones que simulen los efectos del suelo (resorte) y pilote (amortiguador) como se observa en la figura 3 y ecuación (3).

Figura 3 Elemento diferencial del pilote bajo influencias externas



Fuente: [19] RESTREPO, Víctor 2005

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - Ku - \eta \frac{\partial u}{\partial t} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3)$$

Donde,

E: Módulo de Elasticidad del material del pilote

A: Área transversal del pilote

K: Constante para el resorte (Suelo)

η : Constante para el amortiguador (Material del pilote)

SOLUCIÓN

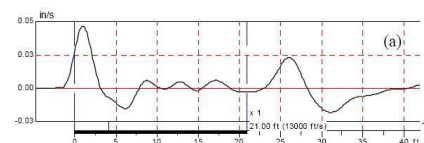
La ecuación (1) se puede resolver por diferentes caminos. Se pueden hallar soluciones mediante métodos matemáticos analíticos o numéricos.

Dada la simplicidad de su planteamiento, y para hacer uso una solución precisa, se escogió hallar su solución mediante un método analítico existente.

Se estudiaron los siguientes:

3

JORGE ALBERTO RODRÍGUEZ, IC, MSCE, Ph.D
 VÍCTOR HUGO RESTREPO BOTERO, IC



1. Método de las características
2. Método de separación de variables
3. Método de Transformada de LaPlace
4. Metodología de análisis espectral

Dependiendo de las condiciones iniciales y de frontera del sistema se obtienen soluciones del mismo tipo por los métodos de separación de variables y transformada de la place que cuentan con soluciones armónicas. Éstas se hacen complejas dada la sencillez del problema, aún más sin considerar en el modelo las fuerzas retardantes planteadas en la ecuación (3).

De igual manera se estudió la solución a la ecuación (1) mediante el método de las características, el cual brinda una solución adecuada para el estudio de propagación de la onda a lo largo del pilote, pero se hacía complejo su análisis ante la presencia de los efectos del suelo y pilote que se desean simular.

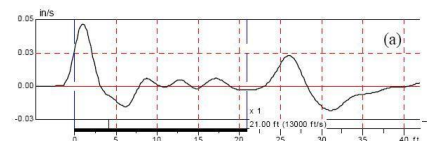
La solución analítica implementada para la solución de la ecuación (3) hizo uso de la metodología de análisis espectral usando la transformada rápida de Fourier (FFT por sus siglas en inglés), entre otras por las siguientes razones:

- Remueve la variación del tiempo para replantear la ecuación diferencial parcial de forma espectral haciendo que ésta se vuelva ordinaria y pueda ser integrada directamente.
- Facilidad de incorporar a la ecuación diferencial parcial los efectos de fuerzas retardantes debidos al suelo y al amortiguamiento del pilote mismo, sin complicar la solución a la ecuación diferencial parcial.
- Facilidad en el entendimiento conceptual de la solución al ser representada ésta como una onda que viaja hacia la izquierda y otra a la derecha teniendo en cuenta las condiciones de frontera del sistema
- Facilidad de incorporar discontinuidades y cambios de sección a la solución de problemas más específicos.

Así como lo afirma James F. Doyle en la referencia [4] "cabe anotar que aunque el método de análisis espectral implementado hace uso de un computador, no es un método numérico en el sentido común ya que la descripción analítica de las ondas se mantiene" y por tanto es considerado como una solución analítica.

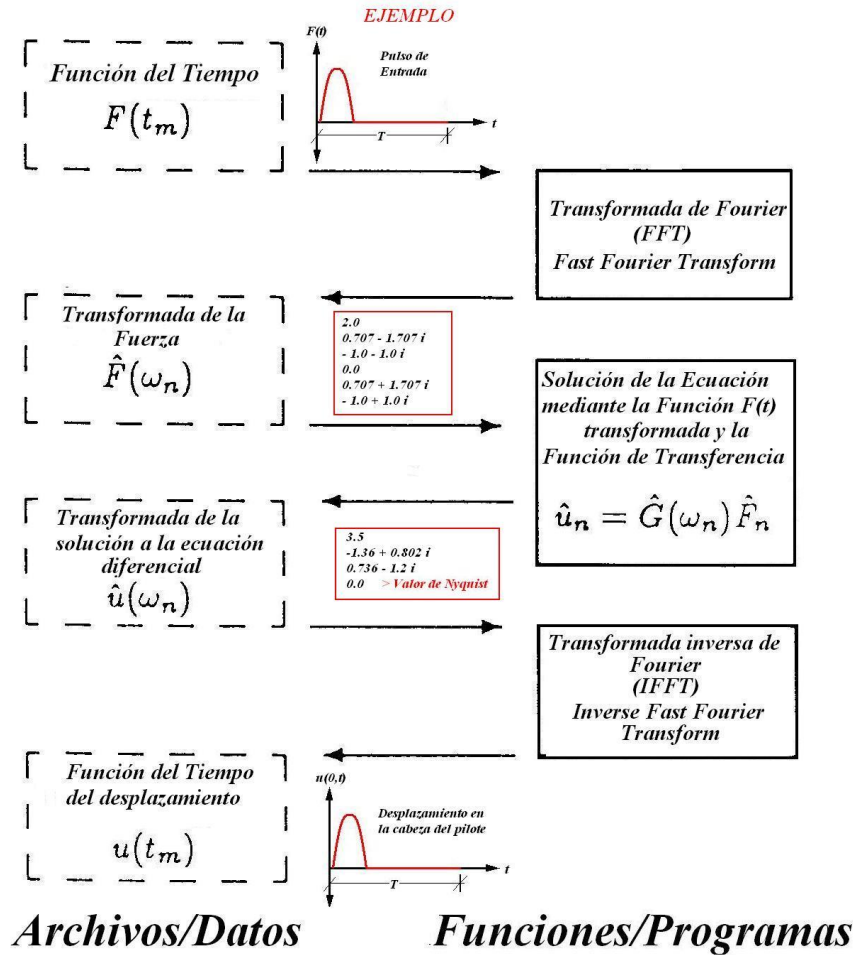
En la figura 4 se observa que el esquema del algoritmo básico para llevar a cabo la solución de la ecuación (3), consiste en primero convertir la señal de entrada $F(t)$ en su forma espectral \widehat{F}_n a través del uso de la función FFT (Transformada Rápida de Fourier). La solución transformada se obtiene al evaluar el producto

$$\hat{u}_n = \widehat{F}_n G(k_{mn}) \quad (4)$$



para cada frecuencia. Finalmente la solución se reconstruye en el dominio del tiempo por medio del uso de la función de la transformada de Fourier inversa (IFFT). Cabe anotar que al realizar la inversión usando la transformada de Fourier inversa, el producto $\hat{F}_n G$ se evalúa sólo hasta la frecuencia de Nyquist para asegurar que la historia de la solución reconstruida sea real.

Figura 4 Metodología general de análisis espectral para propagación de ondas

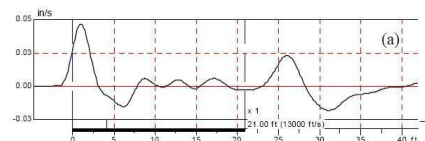


Fuente: Adaptado de [4] DOYLE, 1989

La ecuación (3) tendría la siguiente representación espectral:

$$EA \frac{d^2 \hat{u}}{dx^2} + [\omega^2 \rho A - K - i\omega \eta] \hat{u} = 0 \quad (5)$$

Que tiene solución de la forma:



$$\hat{u}(x) = Ae^{-ikx} + Be^{+ikx} \quad (6)$$

donde,

$$k = \pm \left[\omega^2 \frac{\rho}{E} - \frac{K}{EA} - i\omega \frac{\eta}{EA} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

Y **A** y **B** son las amplitudes indeterminadas para cada frecuencia.

Cuando se combina con la variación del tiempo, la solución corresponde a dos ondas: una que viaja al frente y otra que viaja hacia atrás. Esto es,

$$u(x,t) = \sum Ae^{-i(kx-\omega t)} + \sum Be^{+i(kx+\omega t)} \quad (8)$$

Los valores de **A**, **B**, **k**, etc dependen de la frecuencia ω_n .

REFLEXION Y TRANSMISION DE ONDA ANTE UN CAMBIO DE IMPEDANCIA

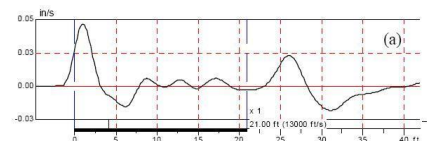
Cualquier cambio en la sección transversal del pilote o en las propiedades del material producen nuevas ondas. Aunque el fenómeno puede llegar a ser complejo, para el análisis espectral unidimensional se considera únicamente una onda incidente A_1 , una onda reflejada B_1 y una onda transmitida A_2 . Por tanto para dos secciones del pilote con valores de impedancia diferentes, el valor del desplazamiento respectivo sería:

$$\begin{aligned} \hat{u}_1 &= A_1 e^{-ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \\ \hat{u}_2 &= A_2 e^{-ik_2 x} \end{aligned} \quad (9)$$

El análisis para dicho fenómeno se lleva a cabo considerando continuidad de fuerza y desplazamiento en la discontinuidad o cambio de impedancia, obteniendo la solución para los coeficientes de la onda reflejada B_1 y la onda transmitida A_2 de la siguiente manera:

$$B_1 = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} A_1 \quad (10)$$

$$A_2 = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} A_1 \quad (11)$$



Donde la impedancia Z esta definida mediante la ecuación $Z = A\sqrt{\rho E} = \frac{EA}{c}$ para la respectiva sección del pilote.

CALIBRACIÓN DE PARÁMETROS

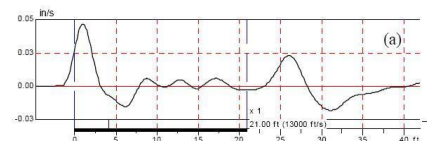
Es posible lograr la aplicación de la solución analítica estudiada a través de la metodología espectral para analizar el fenómeno de propagación de ondas en pilotes, de una manera práctica utilizando herramientas de programación computacional que permitan visualizar gráficamente los resultados.

Para el desarrollo de un programa que resolviera la ecuación de onda en una dimensión aplicada a las condiciones de los pilotes, se utilizó el paquete MATLAB por sus múltiples funciones matemáticas incorporadas y facilidad de programación.

La siguiente es la interfaz gráfica del programa desarrollado:

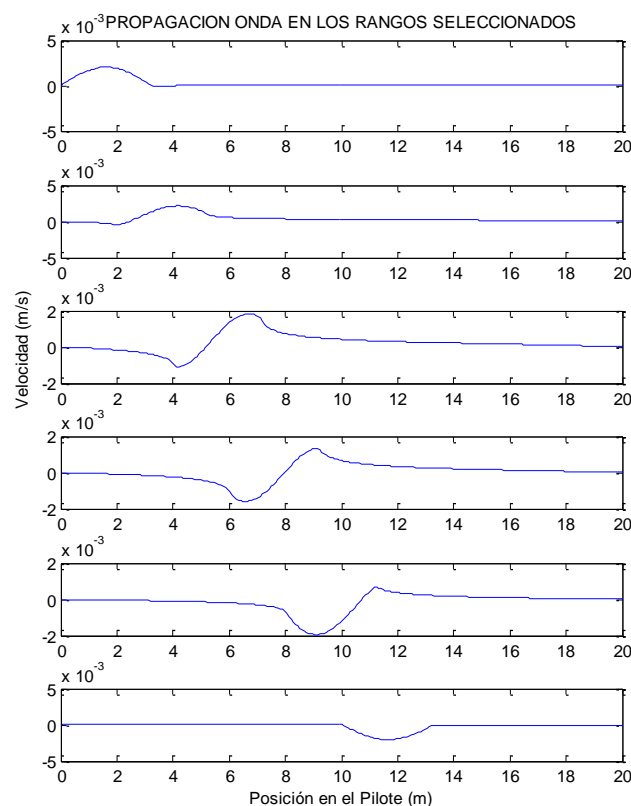
Figura 5. Interfaz gráfica del programa PITGRAPH para MATLAB

Fuente: [19] RESTREPO, Víctor 2005



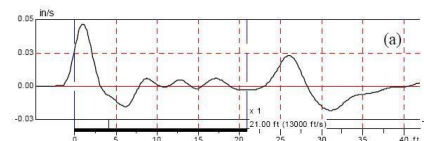
Mediante el programa PITGRAPH se puede llevar a cabo el análisis gráfico de propagación de la onda generada en diferentes posiciones para parámetros de desplazamiento, velocidad, aceleración, esfuerzo, deformación, fuerza de reacción y un análisis conjunto de todos los anteriores en una sola gráfica. En la figura 6 se muestran algunos resultados obtenidos para la propagación de onda analizando la velocidad desde la posición $X=0$ (cabeza del pilote) y $X=10$ (punta del pilote) con las propiedades del pilote y pulso inicial predeterminados por el programa.

Figura 6. Solución de la ecuación de onda para la velocidad evaluada desde $X=0$ hasta $X=10$. Onda que viaja a la derecha. Valores predeterminados del programa.



Fuente: [19] RESTREPO, Víctor 2005

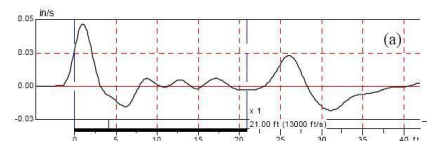
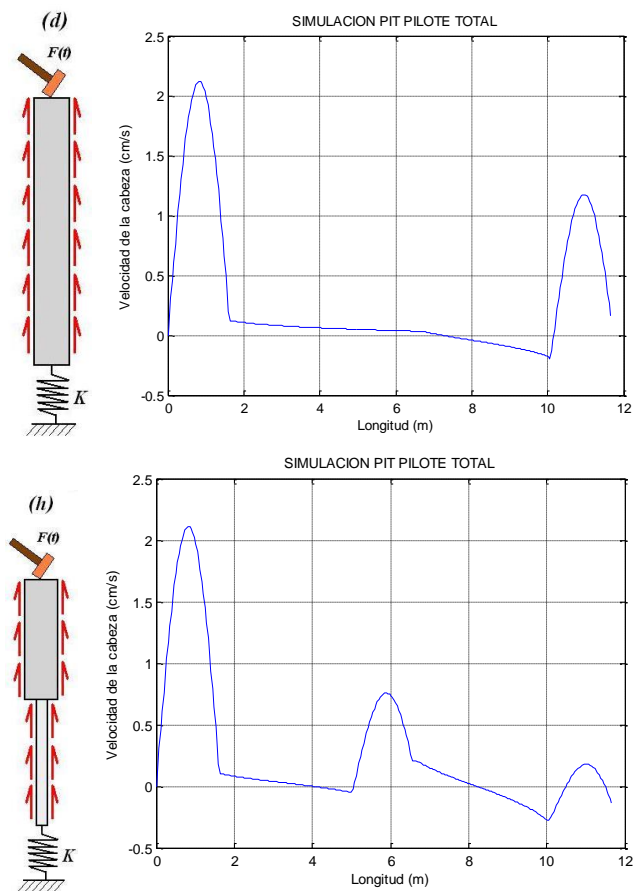
La gráfica de velocidad contra posición en el pilote es la más usada para llevar a cabo el estudio de integridad del pilote y en este caso, se puede apreciar como la onda va cambiando su forma de manera paulatina hasta llegar a la punta del pilote en donde se invierte gracias a la ausencia de valores para las propiedades del suelo en dicha zona.

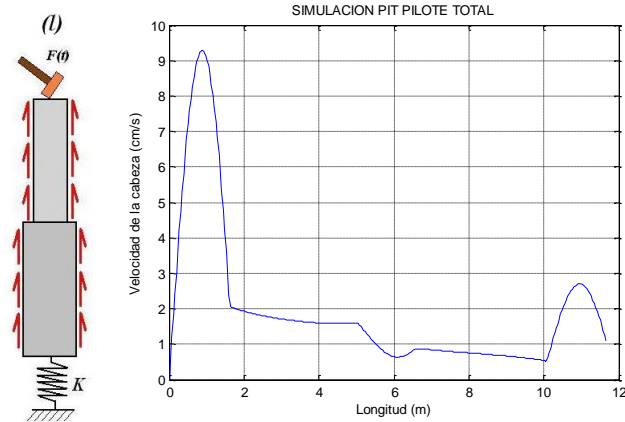


La sección del programa para simular la prueba PIT permite realizar análisis a diferentes pilotes que incluyan una disminución o aumento de impedancia en cualquier posición a lo largo del fuste del mismo. De igual manera el programa permite incluir en los análisis las propiedades del suelo alrededor y en la punta del pilote, e incluir valores de amortiguamiento por el material del mismo.

Para la calibración del programa se llevaron a cabo modelaciones para diferentes casos, entre los cuales se destacan los presentados en la Figura 7 por su similitud a las condiciones presentadas en la práctica geotécnica.

Figura 7. Casos típicos simulados mediante el programa PITGRAPH





Fuente: [19] RESTREPO, Víctor 2005

En la primera gráfica se muestra un pilote sin problemas de integridad, que al encontrar la punta, y bajo los efectos del suelo circundante y amortiguamiento, presenta un aumento de velocidad en dicha zona. Éste resultado es típico para pilotes con adecuada construcción y buenas condiciones del suelo.

La segunda gráfica muestra el resultado típico de un pilote con reducción de impedancia en donde se presenta una reflexión de la onda con un aumento de velocidad en dicho punto y la correspondiente reflexión en la punta. Un caso como éste se presenta cuando existen problemas que no permiten la construcción del pilote con el diámetro de diseño y por tanto se evalúan de manera especial para determinar cómo pueden llegar a afectar la capacidad de soporte del elemento.

De manera similar, la tercera gráfica indica un pilote con aumento de impedancia y reflexión en la punta.

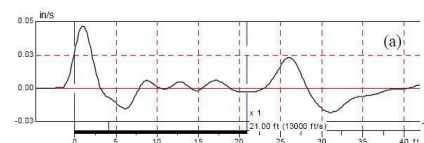
APLICACIÓN

El programa PITGRAPH puede ser usado como una herramienta que ayude a interpretar los resultados de las señales obtenidas en campo cuantificando de forma más precisa:

1. La fuerza máxima de contacto dada por el martillo.
2. Tiempo de contacto de la fuerza.
3. Diámetro del defecto encontrado
4. Efectos del suelo y del material del pilote en la propagación de la onda.

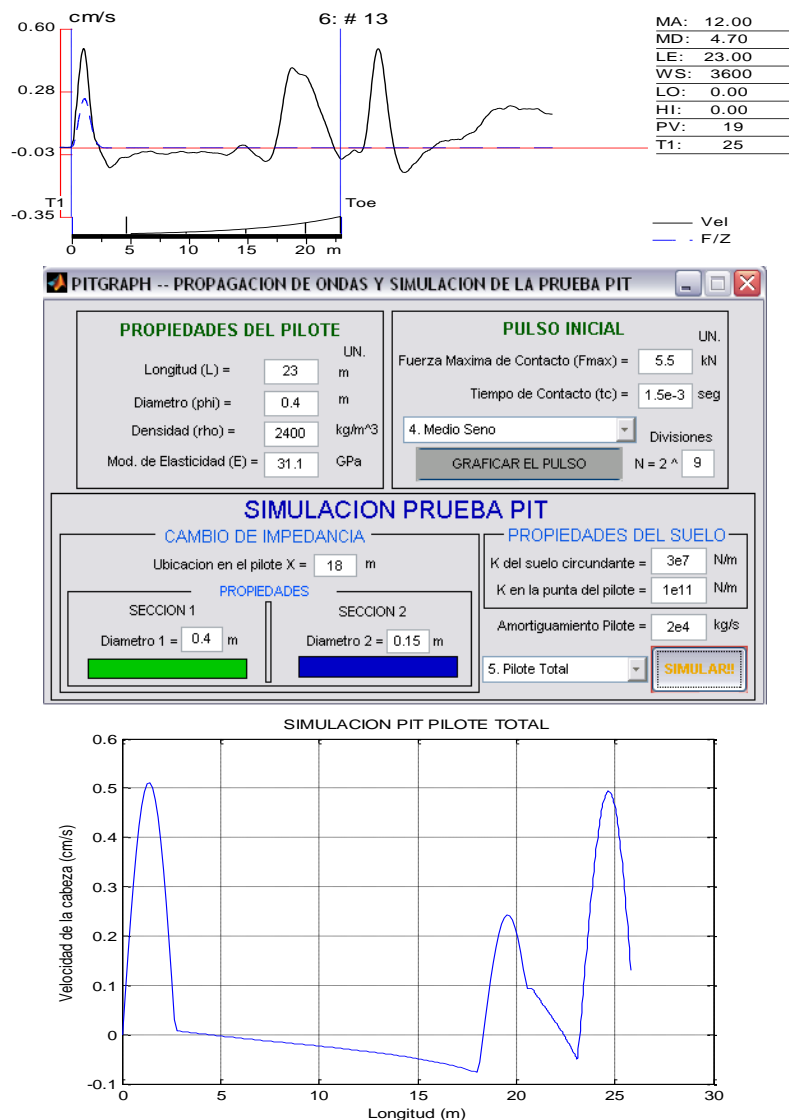
Al llevar a cabo comparaciones con pruebas reales como las mostradas en la Figura 8 se pudo determinar lo siguiente:

- La magnitud de la fuerza debida al impacto del matillo en la punta fue de 5.5kN.
- La duración del pulso inicial es de 0.0015 segundos.
- El defecto se encuentra ubicado a una profundidad de 18.0m

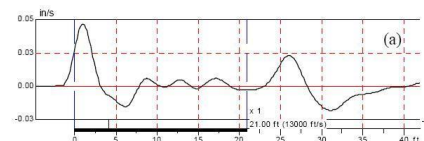


- La reducción de diámetro es de 0.4m a 0.15m (62.5%).
- Los efectos debidos a la rigidez del suelo que rodea el fuste del pilote son de mínimo 3×10^7 N/m
- El valor mínimo de rigidez del suelo en la punta para la reflexión positiva de la velocidad es de 1×10^{11} N/m.
- El valor calibrado para el amortiguamiento de la señal en el pilote es de aproximadamente 2×10^4 kg/s.

Figura 8. Señal real y simulación obtenida mediante PITGRAPH



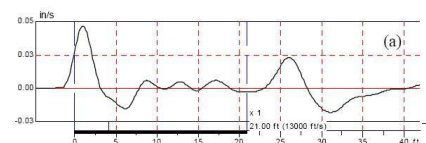
Fuente: [19] RESTREPO, Víctor 2005



Al analizar los resultados se recomendó que fuera evaluado el pilote por el ingeniero estructural y geotecnista para estudiar su comportamiento durante las cargas de trabajo que debía soportar el pilote y tomar las medidas correctivas del caso.

CONCLUSIONES

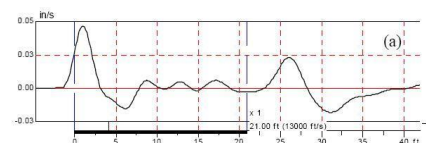
- El fenómeno de propagación unidimensional de ondas en pilotes se puede adaptar a la prueba PIT al considerar el pilote como un material lineal elástico que obedece las leyes de Hooke y presenta homogeneidad en toda su estructura. Debido a la esbeltez con la que cuentan los pilotes se puede considerar que solamente viajan ondas de compresión a lo largo del mismo.
- Dentro de las múltiples posibilidades de solución analítica para la ecuación de propagación unidimensional de onda se escogió la metodología de análisis espectral por simplificar la solución de la ecuación diferencial, por facilitar la incorporación de los efectos de fuerzas retardantes, permitir la conceptualización de la propagación de pulsos de ida y regreso al igual que introducir discontinuidades y cambios de sección para problemas más específicos.
- El análisis espectral aplicado a la solución de la ecuación de onda permite obtener una solución de la ecuación diferencial parcial en términos de la variable de posición para que mediante el uso de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) el pulso inicial pueda ser incorporado a dicha solución. Al ser operado el pulso transformado con la forma espectral de la ecuación de onda se puede aplicar la Transformada Inversa de Fourier (IFFT) y obtener así la solución de la ecuación diferencial parcial en términos de las variables de tiempo y posición. Dicha solución es usada para realizar diferentes tipos de análisis y simulaciones.
- La interfaz gráfica del programa PITGRAPH permite al usuario solucionar la ecuación de propagación unidimensional de onda aplicada a las condiciones de los pilotes, con las siguientes características:
 1. Generación de diferentes tipos de pulsos (Fuerza Instantánea, Triangular, Rectangular y Medio Seno).
 2. Análisis de la propagación del pulso desde las diferentes propiedades mecánicas dependientes del desplazamiento (velocidad, aceleración, esfuerzo, deformación, fuerza de reacción).
 3. Generación de gráficas de propagación de las diferentes propiedades mecánicas dentro de un rango seleccionado.
 4. Simulación de diferentes opciones para la prueba de integridad de pilotes PIT teniendo en cuenta cambios de impedancia a una profundidad, efectos del suelo y amortiguamiento.
- Dentro de la simulación de los posibles casos que el programa PITGRAPH permite se observa que:



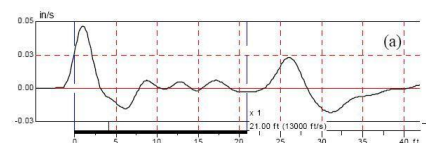
1. La existencia de apoyo en la punta por algún tipo de suelo genera una reflexión positiva de la velocidad para la propagación del pulso y por el contrario su inexistencia genera reflexión negativa de la velocidad.
 2. La magnitud de la reflexión en la punta del pilote depende de la magnitud transmitida después del cambio de impedancia según la teoría de transmisión de ondas.
 3. La presencia de una reducción de impedancia a lo largo del pilote genera una reflexión con velocidad positiva. Su magnitud máxima depende de la magnitud del pulso inicial y del diámetro antes y después de defecto según la teoría de reflexión de ondas.
 4. La presencia de un aumento de impedancia a lo largo del pilote genera una reflexión con velocidad negativa. Su magnitud máxima depende de la magnitud del pulso inicial y del diámetro antes y después de defecto según la teoría de reflexión de ondas.
 5. Los efectos por la presencia de suelo alrededor del fuste del pilote se observan en la señal al incrementar o reducir la velocidad en las zonas donde no se presenta ninguna reflexión.
 6. El efecto de amortiguamiento de la señal se aprecia con el decrecimiento de las magnitudes de las reflexiones por cambios de impedancia y punta a lo largo del pilote.
- La comparación de la simulación PIT con pruebas reales brinda información valiosa sobre la fuerza máxima de contacto, tiempo de contacto de dicha fuerza, diámetro aproximado del defecto y valoración cuantitativa de los posibles efectos del suelo circundante sobre el pilote.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] CARINO. N.J. The Impact Echo Method: An Overview. Reprinted from the Proceedings of the 2001 Structures Congress & Exposition. May 2001 Washington D.C ASCE 2001. 18p [en línea]. Fecha de visita: 7 de enero de 2005. Disponible en Internet: <<http://fire.nist.gov/bfrlpubs/build01/PDF/b01005.pdf>>
- [2] CHERNAUSKAS. Les & Paikowsky Samuel. Deep Foundations Integrity Testing: Thecniques & Case Histories. En; Civil Engineering Practice. Construction Considerations 1999.
- [3] CHOW. Y.K. Low Strain Integrity Testing of Piles: Three-Dimensional Effects. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. ASCE Vol. 129, No.11 November 2003.
- [4] DOYLE. James F. Wave Propagation in Structures. New York: Editorial Springer-Verlag. 1989 Pags 1-87



- [5] DUFFY. Dean G. Solutions of Partial Differential Equations. TAB Professional and Reference Books. 1986. Pags 210-230
- [6] FINNO. Richard J. Non-Destructive Evaluation of a Deep Foundation Test Section at the Northwestern University National Geotechnical Experimentation Site June 1997. Northwestern University. [en línea] 1997. Fecha de visita: 7 de enero de 2005. Disponible en Internet: <<http://www.itn.northwestern.edu/publications/finno/archive/dft.html>>
- [7] KOSHLIAKOV. N.S. Differential Equations of Mathematical Physics. Amsterdam: North Holland Publishing Company. 1964. Pags 42-69 y 117-146
- [8] LIKINS. G. Recent Advances and proper use of PDI low strain pile integrity testing. En: Application of Stress-Wave Theory to Piles. Niyama & Beim. 2000 Balkema, Rotterdam.
- [9] LIKINS. G. & PISCALKO. Detection and prevention of anomalies for augercast piling. En: Application of Stress-Wave Theory to Piles. Niyama & Beim. 2000 Balkema, Rotterdam.
- [10] MATH WORKS Inc. MATLAB Creating Graphical User Interfaces. [en línea] 2005. Fecha de visita: Mayo 03 de 2005. Disponible en Internet: <<http://www.mathworks.com>>
- [11] MASSOUDI. Nasser. Non-destructive testing of piles using the low strain integrity method. En: Fifth International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering. New York 2004.
- [12] MIDDENDORP. P. Thirty Years of Experience with The Wave Equation Solution Based on the Method of Characteristics. En: Seventh International Conference on the Application of Stress Wave Theory to Piles. Kuala Lumpur, Malaysia. 2004.
- [13] MORGANO. C. Michael. Determining Embedment Depths of Deep Foundations Using Non-Destructive Methods. En: Fifth International Conference on the application of stress-wave theory to piles. Townsend & Hussein. 1996 Orlando, Florida.
- [14] PAZ. Mario. Dinámica Estructural. Barcelona: Editorial Reverté. 1991. Pags 104-127.
- [15] PDI. Pile Dynamics Inc. Interpretation of Low Strain Results from a Pile Integrity Tester (P.I.T). [en línea] 2003. Fecha de visita: Febrero 17 de 2005. Disponible en Internet: <<http://web.pile.com/download/docs/PIT%20Interpret.rtf>>
- [16] PÉREZ. Cesar. MatLab y sus aplicaciones en las Ciencias y la Ingeniería. Pearson Educación S.A. Madrid. 2002
- [17] RAUSCHE. F. Pile Integrity testing and analysis. En: Application of Stress-Wave Theory to Piles. F.B.J Barends. 1992 Balkema, Rotterdam. [en línea] 2000. Fecha de visita: 7 de enero de 2005. Disponible en Internet:



<<http://www.pile.com/Education/4thStresswave/PileIntegrityTestingAndAnalysis.pdf>>

[18] RAUSCHE. F. Determination of Pile Damage by Top Measurements. En: Behavior of Deep Foundations ASTM, STP 670, Raymond Lundgren. ASTM 1979

[19] RESTREPO Víctor. Implementación de una solución analítica para el fenómeno de propagación unidimensional de ondas en pilotes y su adaptación para la interpretación de resultados de la prueba de intergridad de pilotes (PIT). Pontificia Universidad Javeriana. Trabajo de Grado para Optar por el título de Ingeniero Civil. Julio de 2005.

[20] SETO. W.W. Schaum's Outline of Theory and problems of mechanical vibrations. San José State College. 1964. Pag 128-136, 185-195

[21] VERRUIJT A. Soil Dynamics. Delft University of Technology. [en línea] 2005. Fecha de visita: Febrero 17 de 2005. Disponible en Internet:
< <http://www.vulcanhammer.net/download/SoilDynamics.pdf> >. Pag 56-85

[22] WARRINGTON. D.C. Closed for solution of the wave equation for piles. University of Tennessee at Chattanooga. [en línea] 1999. Fecha de visita: Febrero 15 de 2005. Disponible en Internet: < <http://www.vulcanhammer.net/wave/isa.php> >

[23] WARRINGTON. D.C. Application of the Closed form solution for the damped wave equation to piles. University of Tennessee at Chattanooga. [en línea] 1997. Fecha de visita: Febrero 15 de 2005. Disponible en Internet:
< <http://www.vulcanhammer.net/download/applications.pdf> >

[24] WEINBERGER. H.F. Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Barcelona: Editorial Reverté, 1977. Pags 1-50

